

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^3 على 9 .
ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $4^{3k} \equiv 1[9]$.
ج) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9 .
د) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2015^{2016} على 9 .
(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $8^{2n} \equiv 1[9]$.
ب) عيّن الأعداد الطبيعي n بحيث يكون العدد $8^{2n} + 4^n + 1$ مضاعفاً للعدد 9 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) التي أساسها 3 وحدّها الأول u_0 وتحقق: $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 10$.
(1) احسب الحد الأول u_0 .
(2) اكتب الحد العام u_n بدلالة n .
(3) عيّن العدد الطبيعي n بحيث: $u_n = 145$.
(4) احسب المجموع S بحيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{49}$.
(5) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $v_n = 2u_n + 3$.
احسب المجموع S' بحيث: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{49}$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (3x-3)(x-3)$.
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .
(3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة E ذات الفاصلة 2 .
ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (-3x+8) = (x-2)^3$.
ج) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المماس (T) .
د) برّر أنّ E نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .
(4) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x(x-3)^2$.
ب) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .
(5) احسب $f(4)$ ثم أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) .

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
05		التمرين الأول: (05 نقاط)
	01,25	1. $2^4 \equiv 1[5]$ ، $2^3 \equiv 3[5]$ ، $2^2 \equiv 4[5]$ ، $2 \equiv 2[5]$ ، $2^0 \equiv 1[5]$.
	01	2. أ) $2^{4n} \equiv 1[5]$ ومنه $2^4 \equiv 1[5]$
	0,75	ب) $2^{2016} \equiv 1[5]$ إذن $2016 = 4 \times 504$.
	02	3. لدينا $2^{2016} \equiv 1[5]$ ومنه $2^{2016} + 2 + n \equiv 0[5]$ معناه $n + 3 \equiv 0[5]$ أي $n \equiv 2[5]$. $n = 5k + 2$ ($k \in \mathbb{N}$)
07		التمرين الثاني: (07 نقاط)
	01	1. حساب الحدود $u_3 = 7$ ، $u_2 = 4$ ، $u_1 = 1$ ، $u_0 = -2$
	01,50	2. (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 3$ لأن $u_{n+1} - u_n = 3$.
	0,50	3. اتجاه تغير المتتالية : متزايدة تماما $r > 0$
	01,50	4. نضع $u_n = 1954$ معناه $n = 652 \in \mathbb{N}$ إذن 1954 حد من حدود المتتالية رتبته 653 .
	01,50	5. أ) المجموع S_n : $S_n = \frac{(n+1)}{2}(3n-4)$.
	01	ب) $s_n = 328$ يعني $\frac{(n+1)}{2}(3n-4) = 328$ ومنه $3n^2 - n - 660 = 0$ ، $(n=15)$.
08		التمرين الثالث: (08 نقاط)
	01,5	1. أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.
	01	ب. الاستنتاج: (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين : $x = -1$ ، $y = -1$.
	01	2. اتجاه تغير الدالة f ،
	0,50	جدول تغيراتها .
	02	3. $f'(x) = -5$ معناه $x = 0$ أو $x = -2$.
	02	كتابة معادلتَي المماسين (T_1) و (T_2) : $(T_1): y = -5x + 4$ ، $(T_2): y = -5x - 16$
	02	4. إنشاء المماسين (T_1) ، (T_2) و المنحنى (C_f) .